

MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA

Polo UFABC

Mecânica Quântica 2023-1

Prof. Pieter Willem Westera

Prof. Reinaldo Luiz Cavasso Filho

Prova 1 - GABARITO

1. Daqui a 4 a 5 bilhões de anos, o Sol se tornará um Gigante Vermelho. Nesse processo, sua temperatura, que atualmente está em 5800 K, cairá pela metade (em Kelvin), enquanto seu raio aumentará por um fator 100. Modelando o Sol como um corpo negro:

a) Determine o comprimento de onda onde ocorrerá o pico de intensidade da radiação.

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} = \frac{2,898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{2900 \text{ K}} = 999 \text{ nm}$$

b) Por qual fator mudará a luminosidade (potência da radiação emitida) da nossa estrela "mãe"? Lembre que a Lei de Stefan-Boltzmann está relacionada com a intensidade (potência por unidade de área)

$$R_T = \frac{P}{4\pi R^2}, \text{ assim } P = 4\pi R^2 \sigma T^4. \text{ Logo,}$$

$$\frac{P_{\text{futuro}}}{P_{\text{atual}}} = (R_{\text{futuro}}/R_{\text{atual}})^2 (T_{\text{futuro}}/T_{\text{atual}})^4 = (100)^2 (1/2)^4 = 625$$

2. O maior comprimento de onda capaz de produzir a emissão de fotoelétrons em chumbo é 291 nm.

(a) Qual é a função trabalho do chumbo?

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_{\max}} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{291 \times 10^{-9} \text{ m}} = \frac{4,14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \cdot 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{291 \times 10^{-9} \text{ m}} = 4,26 \text{ eV}$$

(b) Se uma amostra de chumbo for submetida a uma luz de 200 nm, qual será a energia dos elétrons ejetados? Dê sua resposta em eV.

$$K = \frac{hc}{\lambda} - W_0 = \frac{4,14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \cdot 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{200 \times 10^{-9} \text{ m}} - 4,26 \text{ eV} = 1,93 \text{ eV}$$

3. Considere a produção de raios-X pelo efeito de *Bremsstrahlung*, onde um feixe de elétrons com energia de 120 KeV colidem com um alvo.

a) Qual o comprimento de onda mínimo λ_0 dos fótons produzidos?

Considerando que toda a energia cinética é convertida em energia luminosa:

$$\frac{hc}{\lambda_0} = K, \text{ logo, } \lambda_0 = \frac{hc}{K} = \frac{6,64 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{1,2 \times 10^5 \text{ J/C} \cdot 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} = \frac{6,64 \cdot 3}{1,2 \cdot 1,6} \times 10^{-12} \text{ m} = 1,04 \times 10^{-11} \text{ m}$$

b) Considere agora que um fóton produzido com esse comprimento de onda colide com um múon. O múon é uma partícula de carga idêntica a do elétron, cuja massa é 207 vezes maior que a massa do elétron m_e . Se o fóton é espalhado por um ângulo de 30° , determine a variação no comprimento de onda do fóton espalhado.

Refazendo os cálculos da Seção 2.4 (essa era a ideia) para o múon ($m = 207 m_e$) você percebe que a variação no comprimento de onda não depende de λ_0 e obtém

$$\Delta \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta) = \frac{1}{207} \frac{h}{m_e c} (1 - \sqrt{3}/2) = 1,57 \times 10^{-15} \text{ m}$$

4. Partículas alfa estão sendo irradiados rumo uma folha de alumínio, lentamente aumentando a energia cinética delas. A partir de uma energia de 7,7 MeV, a distribuição de ângulos de espalhamento das partículas alfa começa a desviar da relação $dN \propto 1/\sin^4(\theta/2) d\Omega$, começando pelos ângulos grandes (perto de 180°), que correspondem a partículas fazendo uma colisão frontal com um núcleo de um átomo do alvo. Explique por que este desvio dá uma dica sobre o tamanho do núcleo atômico, e estime o tamanho do núcleo do átomo de alumínio. (Dados: $Z_\alpha = 2$, $Z_{Al} = 13$, $m_\alpha = 4 u$, $m_{Al} = 27 u$, onde $u = 1,66 \times 10^{-27} \text{ Kg}$)

Lei vale para núcleo "puntiforme", ela para de valer quando partículas alfa chegam perto o suficiente pro núcleo não parecer puntiforme, i.e. em distâncias comparáveis ao raio do núcleo. As partículas alfa chegam o mais perto quando em rota de colisão frontal, é para estes casos (ângulos de espalhamento $\sim 180^\circ$) que o desvio começa. A distância de aproximação dá uma dica do tamanho do núcleo.

Vamos considerar conservação de energia (estado inicial: distância "infinita", $K_i = 7,7 \text{ MeV}$; estado final: distância d , partícula alfa no ponto de retorno, i.e. "parada")

$$K_i + 0 = 0 + \frac{Q_{Al} Q_\alpha}{4 \pi \epsilon_0 d}, \text{ isolando } d:$$

$$d = \frac{Q_{Al} Q_\alpha}{4 \pi \epsilon_0 K_i} = \frac{Z_{Al} Z_\alpha \cdot e^2}{4 \pi \epsilon_0 K_i} = \frac{13 \cdot 2 (1,6 \times 10^{-19})^2}{4 \pi \cdot 8,85 \times 10^{-12} \cdot 7,7 \times 10^6 \cdot 1,6 \times 10^{-19}} \frac{\text{C}^2 \cdot \text{m}}{\text{FJ}} = 4,86 \text{ fm}$$

5. Escolha dois modelos atômicos entre os de Thomson, Rutherford, Bohr e Sommerfeld. Descreva cada modelo e explique o que cada um consegue explicar, ou seja, suas evidências experimentais, e onde cada um falha.

Modelo de Thomson: Modelo de “Pudim de Passas” - nesse modelo a carga positiva é homoganeamente distribuída numa esfera, os elétrons, puntiformes, estão localizados dentro dessa esfera de carga positiva, fazendo com que o átomo como um todo seja neutro.

Evidência experimental: Espalhamento de partículas alfa em baixos ângulos.

Falha: Não explica espalhamento em ângulos próximos a 180 graus.

Modelo de Rutherford : Carga positiva concentrada numa pequena região denominada núcleo. Elétrons orbitando de alguma forma esse núcleo.

Evidência experimental: Espalhamento de partículas alfa em ângulos próximos de 180 graus.

Falha: Não explica como esses elétrons permanecem estáveis ao redor do núcleo.

Modelo de Bohr: Semelhante ao modelo de Rutherford, mas considerando que os elétrons podem ter órbitas circulares estáveis, sem emitir radiação eletromagnética, quando o *Momentum Angular* assume valores múltiplos inteiros de $h/2\pi$ – quantização do *momentum angular*.

Evidência experimental: Espectro do átomo de Hidrogênio

Falha: Não explica a estrutura fina do espectro do Hidrogênio e o espectro de átomos multieletrônicos

Modelo de Sommerfeld: Considera no modelo de Bohr a possibilidade de órbitas elípticas. A correção relativística leva ao desdobramento dos níveis de energia.

Evidência Experimental: Estrutura fina do átomo de Hidrogênio

Falha: Não trata de átomos multieletrônicos

6. Considere as ondas de matéria propostas por de Broglie, onde o comprimento de onda associado a uma partícula de massa m e velocidade v seria dado por $\lambda = h/mv$. Considerando um elétron executando uma órbita circular de raio r em torno de um próton (considerado de massa infinita), determine a relação entre m , v e r para que haja interferência construtiva das ondas de matéria.

Para que haja interferência construtiva temos que o perímetro S de uma órbita circular de raio r deve ser um número múltiplo de comprimentos de onda:

$$S = 2\pi r = n\lambda$$

Aplicando o comprimento de onda de de Broglie:

$$2\pi r = n \frac{h}{mv}$$

Reescrevendo a equação acima:

$$mvr = n\hbar$$

onde reconhecemos o lado esquerdo como o *Momentum Angular* do elétron.